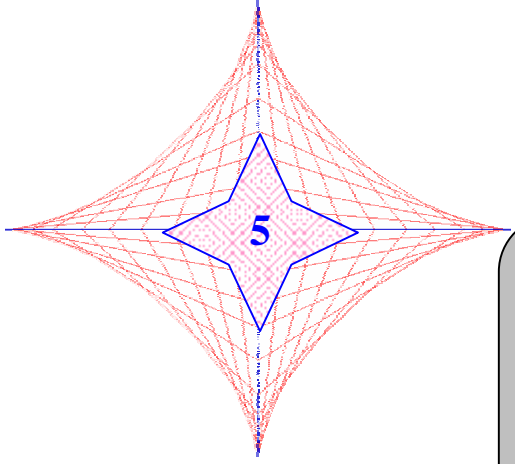


# الإشتقاق



## الباب 5: الإشتقاق

1. العدد المشتق.
2. معادلة المماس لمنحن عند نقطة منه.
3. الدوال المشتقة.
4. عمليات على الدوال المشتقة.
5. الدالة المشتقة واتجاه التغير.
6. القيم الحدية لدالة  $\hat{e}$ .
7. التقريب التآلفي المماسي لدالة  $\hat{e}$ .

### الكفاءات المستهدفة :

| شعبة آداب   | شعبة تسيير واقتصاد   |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- تعيين العدد المشتق لدالة مرجعية مقررّة.</li> <li>- تعيين معادلة المماس لمنحنى الدالة "مربع".</li> <li>- تعيين معادلة مماس منحنى دالة مرجعية.</li> <li>- تعيين العدد المشتق لدالة <math>f</math> عند <math>x_0</math>.</li> <li>- التعرف على قابلية اشتقاق دالة عند <math>x_0</math>.</li> <li>- تعيين الدوال المشتقة للدوال المرجعية: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x a \quad ax+b</math> ؛ <math>x a k</math></li> <li><math>x a \frac{1}{x}</math> ؛ <math>x a x^2</math></li> </ul> </li> <li>- حساب مشتقة مجموع دالتين ومشتقة جداء دالتين ومشتقة مقلوب دالة ومشتقة الدالة "قوة".</li> <li>- استعمال إشارة المشتقة لتحديد اتجاه تغير دالة على مجال.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- مقارنة مفهوم العدد المشتق على مثال.</li> <li>- معرفة العدد المشتق للدوال المرجعية المقررّة من أجل قيمة معينة <math>x_0</math>.</li> <li>- ترجمة العدد المشتق ببيانيا.</li> <li>- تعيين المعادلة المبسطة لمماس.</li> <li>- إنشاء المماس عند نقطة <math>A</math> للمنحنى الممثل لدالة مرجعية مقررّة.</li> <li>- تعريف الدالة المشتقة لدالة قابلة للاشتقاق على مجال.</li> <li>- حساب مشتق مجموع وجداء وحاصل قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق.</li> <li>- حساب مشتق دالة كثير حدود ودالة ناطقة من الشكل: <math>x a \frac{ax+b}{cx+d}</math>.</li> <li>- الربط بين اتجاه تغير دالة وإشارة مشتقها.</li> <li>- تعيين القيم الحدية لدالة قابلة للاشتقاق على مجال.</li> <li>- تعيين التقريب التآلفي لدالة عند قيمة انطلاقا من أثلة بسيطة.</li> </ul> |

**جدول تفصيل الأجزاء :**

| طرائق | معارف                                | أنشطة تمهيدية                        |
|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1     | - النهاية عند $0$ .                  | 1. العدد المشتق.                     |
| 2     | - نسبة تزايد دالة بين عددين حقيقيين. | 2                                    |
| 3     | - العدد المشتق عند $a$ .             |                                      |
| 4     |                                      |                                      |
| 5     |                                      |                                      |
| 6     |                                      | 2. معادلة المماس لمنحن عند نقطة منه. |
|       | - قابلية الاشتقاق لدالة على مجال.    | 3. الدوال المشتقة.                   |
|       | - الدالة المشتقة لدالة.              |                                      |
|       | - الدوال المشتقة لدوال مألوفة.       |                                      |
|       | - الدالة المشتقة لمجموع دالتين.      | 4. عمليات على الدوال المشتقة.        |
|       | - الدالة المشتقة لجداء دالتين.       |                                      |
|       | - الدالة المشتقة لمقلوب دالة.        |                                      |
|       | - الدالة المشتقة لحاصل قسمة دالتين.  |                                      |
|       | - الدالة المشتقة لدالة كثير حدود.    |                                      |
|       | - الدالة المشتقة لدالة تناظرية.      |                                      |
| 7     |                                      | 5. الدالة المشتقة واتجاه التغير      |
| 8     |                                      | 6. القيم الحدية لدالة.               |
| 9     | - تعريف.                             | 7. التقريب التآلفي المماسي           |
| 10    | - تقريب $n$ زيادة متتابعة.           | لدالة.                               |

**توجيهات لتنفيذ الأنشطة :**

**استبيان متعدد الإجابات :**

يهدف الاستبيان متعدد الإجابات إلى تقويم بعض المكتسبات المتعلقة بمفهوم الاشتقاق. يشكل مفهوم نهاية دالة عند عدد  $x_0$  العنصر الأساسي في بناء مفهوم العدد المشتق لدالة عند  $x_0$ ، فيكون ربط هذا المفهوم بمعامل توجيه المماس لمنحن عند نقطة منه مناسبة للانتقال من المجال العددي إلى المجال الهندسي.

## أنشطة تمهيدية :

### **نشاط 1: حساب معامل توجيه مستقيم**

يهدف هذا النشاط إلى مقارنة مفهوم العدد المشتق لدالة عند عدد  $x_0$ . فهو يمثل معامل توجيه المماس للمنحنى الممثل للدالة عند النقطة التي فاصلتها  $x_0$ . تسمح القراءة البيانية لإحداثيات نقط والبحث عن معامل توجيه مستقيم انطلاقاً من نقطتين متميزتين منه للتلميذ بالربط بين نسبة تزايد دالة بين عددين حقيقيين ومفهوم معامل توجيه هذا المستقيم.

### **نشاط 2: حساب جبري**

يهدف هذا النشاط إلى مقارنة مفهوم العدد المشتق لدالة من خلال حساب نسبة تزايد هذه الدالة بين العددين  $x_0$  و  $x_0 + h$ .

عند حساب النسب المطلوبة، يتوصل التلميذ إلى كتابتها على أبسط شكل لها وهذا ما يسهل حساب نهايتها عندما يؤول  $h$  إلى  $0$ .

### **نشاط 3: مستقيمت قاطعة لمنحن تشمل نقطة**

يهدف هذا النشاط إلى دراسة معامل توجيه كل مستقيم يقطع المنحنى الممثل لدالة في نقطتين متميزتين. إن دراسة قيم معامل التوجيه هذا القاطع وبالخصوص عندما تكون النقطتان قريبتين جداً من بعضهما يبرز الوضع "النهاية" للقاطع وهو ما يُعبّر عن مفهوم المستقيم المماس للمنحنى عند نقطة منه.

### **نشاط 4: مفهوم السرعة اللحظية**

يهدف هذا النشاط إلى دراسة وضعية ذات دلالة وهي الوضعية التي توظف مفهوم المسافة ومفهوم السرعة المتوسطة. فتغيّر السرعة بين لحظتين يسمح بتوظيف مفهوم نسبة التزايد ومفهوم النهاية عند الصفر.

• **تمارين ومسائل :**

**1. صحيح أو خاطئ**

الجملة الصحيحة هي: 1؛ 3؛ 4؛ 8؛ 9.

**6.**

(1) معرفة عند كل من الأعداد 0 ؛ 1 ؛  
-2 .

إذن  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{5}{3}$  ؛  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{3}$

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{13}{3}$

(2) عدد حقيقي غير منعدم.

$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2$

**10.**

تزايد الإنتاج خلال 5 سنوات (أي من

بداية 2001 إلى نهاية 2005) هو

41000 - 64300 أي 23300 .

إذن التزايد المتوسط السنوي للإنتاج هو

$\frac{23300}{5}$  أي 4660 جهازاً.

عدد الأجهزة التي ستنتج في السنة 2008

هو  $64300 + 3 \times 4660$  أي 78280

جهازاً.

**13.**

(4)  $f(x) = 3x^2 - 3$  ؛  $a = 2$

و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  و  $f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{39}{8}$

مع  $x \neq 2$   $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3(x + 2)$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} 3(x + 2) = 12$

إذن العدد المشتق للدالة  $f$  عند 2 هو

العدد  $f'(2) = 12$  حيث  $f'(2) = 12$ .

**26.**

(1) معادلة المماس (T) هي  $y = -2x$ .

(2) هذا المماس يشمل مبدأ المعلم لأن

إحداثيي النقطة O تحقق معادلة (T).

**32.**

(4)  $f'(x) = 3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

(5)  $f'(x) = 6x^2 - 6x$

(6)  $f'(x) = -10x + 2$

**42.**

$f(x) = 2x^2 - 7x + 11$

(1)  $f$  قابلة للاشتقاق على  $i$

و  $f'(x) = 4x - 7$ .

(2) اتجاه تغير الدالة  $f$  يتعلق بإشارة

$f'(x)$  على  $i$ .

إذن  $f$  متزايدة على المجال  $\left[\frac{7}{4}; +\infty\right[$

ومتناقصة على المجال  $]-\infty; \frac{7}{4}]$ .

(3) يُعطى جدول تغيرات  $f$  مع اعتبار

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

المماس عند النقطة ذات الإحداثيين

(0; -1) يوازي المستقيم الذي معادلته

$$y = 3x + 5$$

**.52**

$$g(x) = x^3 + 3x$$

الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ ؛

$$g'(x) = 3x^2 + 3$$

من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $g'(x) > 0$ .

إذن الدالة  $g$  لا تقبل قيمة حدية على  $\mathbb{R}$ .

**.56**

(1) جدول تغيّرات  $f$  يكون كالآتي:

|         |           |      |           |
|---------|-----------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | -    | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |

(2) التقريب التآلفي المماسي للدالة  $f$  هو

الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$g(x) = 8x - 6$$

$$f(1,099) \approx 2,79 \quad (3)$$

**.57**

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

$$(1) \text{ حلّ المعادلة } f'(x) = 1$$

لدينا  $f'(x) = 1$  يعني  $4x + 3 = 1$

$$\text{إذن } x = -\frac{1}{2} \text{ ؛ } f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

المماس عند النقطة ذات الإحداثيين

$$\left(-\frac{1}{2}; -2\right) \text{ معامل توجيهه يساوي } 1.$$

$$(2) \text{ حلّ المعادلة } f'(x) = 3$$